République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Cellule de la télévision scolaire

Honneur – Fraternité – Justice

Olympiades Nationales de Mathématiques 2017

Phase finale **Niveau 4AS** **19 mars 2017**
3ème tour **Durée 4 h**

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants. Toute réponse doit être justifiée ;
Les solutions partielles seront examinées ;

Calculatrice non autorisée.

Exercice 1 (4 points)

1) Calculer $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ en déduire la valeur de $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$

2) Trouver 4 entiers naturels a, b, c et d tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$

3) Trouver 5 entiers naturels a, b, c, d et e tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=1$

Exercice 2 (4 points)

Soit $X=\sqrt{1+a+2\sqrt{a}}+\sqrt{1+a-2\sqrt{a}}$, $a\in\mathbb{R}_+$

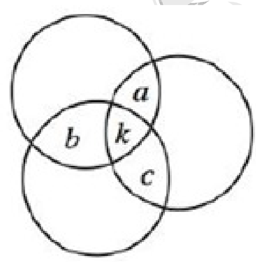
1) Montrer que $(X^2-4)(X^2-4a)=0$

2) Quelles sont les valeurs possibles de X ?

3) Simplifier $\sqrt{1000000+2\sqrt{999999}}+\sqrt{1000000-2\sqrt{999999}}$

Exercice 3 (4 points)

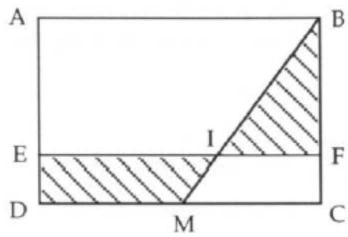
Trois tapis (que l'on peut supposer circulaires) ont une aire totale de $200\ m^2$. En les superposant partiellement, ils recouvrent une surface de $140\ m^2$. La partie recouverte par exactement deux tapis à une aire totale de $24\ m^2$. Quelle est l'aire de la partie recouverte par les trois tapis superposés ?



Exercice 4 (4 points)

Le rectangle ABCD a pour dimensions a et b.

E est le point de [AD] tel que $DE=\frac{1}{4}AD$. La parallèle à (DC) passant par E coupe (BC) en F. Soit M le milieu de [DC].
La droite (BM) coupe (EF) en I. Montrer que le trapèze EIMD et le triangle BIF ont la même aire.



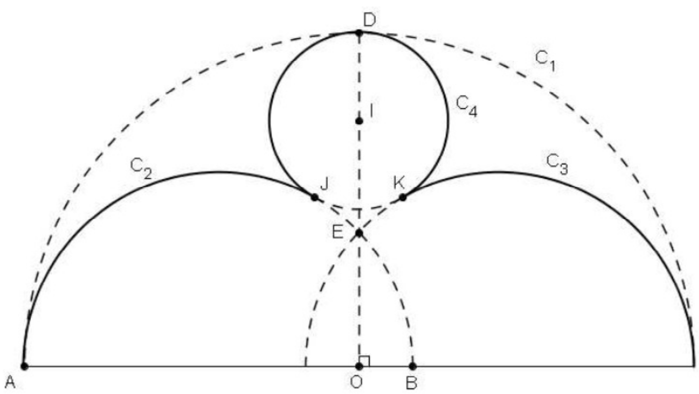
Exercice 5 (4 points)

Le demi-cercle C_1 de centre O passant par le point A et le demi-cercle C_2 de diamètre [AB] sont tangents en A. La droite (OD) est un axe de symétrie de la figure et le point D appartient à C_1. Le demi–cercle C_3 est le symétrique de C_2 par rapport à (OD).
Le point E est l'intersection du segment [OD] et de C_2 . On donne OA =10 et DE = 6

1) Montrer que $\frac{AO}{AE}=\frac{AE}{AB}$.

2) Calculer le rayon de C_2.

3) C_4 est le cercle de centre I passant par le point D. C_4 est tangent à C_1 en D, tangent à C_2 en J, et tangent à C_3 en K. Calculer le rayon de C_4 .



Fin.