

## Olympiades Nationales de Mathématiques 2018

Sélections régionales  
1<sup>er</sup> tour

Niveau 4AS

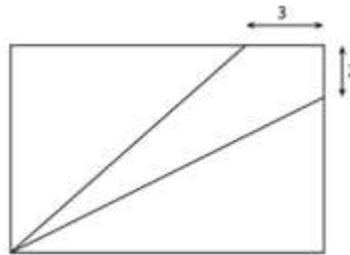
28 janvier 2018  
Durée 3 h

L'épreuve est notée sur 100 points. Elle est composée de quatre exercices indépendants ;  
Toute réponse doit être justifiée et les solutions partielles seront examinées ;

*Calculatrice non autorisée*

### Exercice 1 : (25 points)

Quelles sont les dimensions du rectangle ci-dessous, sachant qu'il a été découpé en trois morceaux de même aire ?



### Exercice 2 : (25 points)

1) Comparer les nombres  $A = \frac{1+5x}{1+7x}$  et  $B = \frac{1+2x}{1+4x}$ , où  $x$  est un réel strictement positif.

2) En déduire une comparaison des nombres  $X$  et  $Y$  tels que  $X = \underbrace{\frac{555\dots556}{777\dots778}}_{2018\text{fois}}$  et  $Y = \underbrace{\frac{222\dots223}{444\dots445}}_{2018\text{fois}}$ .

### Exercice 3 : (25 points)

Soit  $A = \left( (x^2 - 1)^2 - 1 \right)^2 - 1$

1) Développer, réduire et ordonner  $A$ .

2) Factoriser  $A$ .

3) Calculer  $A$  pour  $x = \sqrt{1+\sqrt{2}}$  et  $x = \sqrt{2-\sqrt{2}}$ .

### Exercice 4 : (25 points)

1) Ecrire sans radical au dénominateur :  $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ .

2) Simplifier au maximum :  $B = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}}$ .

3) Déterminer le plus petit entier naturel  $n$  tel que :

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} \geq 100.$$

Fin.