

Rallye de Mathématiques 2022

Présélection Régionale

Niveau Cinquième

30 janvier 2022

Durée 60 min

Cette épreuve est un questionnaire à choix multiples constitué de 25 questions : chacune comporte quatre réponses, une et une seule étant exacte. Les réponses sont à inscrire dans le tableau de réponses. Toute réponse exacte rapporte 4 points. Toute réponse erronée enlève 1 point. Toute absence de réponse ne rapporte aucun point. Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse. Un éventuel total négatif sera ramené à 0.

Calculatrice non autorisée.

Exercice 1 :

Soit x un nombre réel ; on donne les quatre nombres suivants

$$A = \frac{10^{x-1} + 10^x}{10^{-1}} ; \quad B = 8 \times 10^x ; \quad C = 7 \times 10^x + 10^{x-2} \quad \text{et} \quad D = \frac{10^{x-1} - 10^{x-2}}{10^{-2}}.$$

Le plus grand de ces nombres est :

- a) A b) B c) C d) D

Exercice 2 :

La nombre $\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{7}}{\sqrt{15} + \sqrt{35} + \sqrt{21} + 5}$ est égale à :

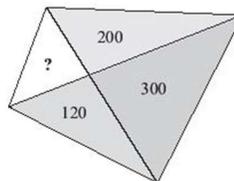
- a) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$

Exercice 3

Un champ en forme de quadrilatère convexe est partagé en quatre triangles par ses deux diagonales.

Trois aires (en m^2) sont indiquées sur la figure, la valeur de la quatrième aire est :

- a) 60 b) 70 c) 80 d) 90



Exercice 4 :

$$\frac{1}{10^{-9} + 1} + \frac{1}{10^{-8} + 1} + \frac{1}{10^{-7} + 1} + \dots + \frac{1}{10^7 + 1} + \frac{1}{10^8 + 1} + \frac{1}{10^9 + 1} = \dots$$

- a) 9 b) 9,5 c) 10 d) 10,5

Exercice 5 :

Soient x , y et z trois entiers naturels vérifiant : $\frac{127}{49} = x + \frac{y}{7} + \frac{z}{49}$

La valeur de $x + y + z$ est :

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9

Exercice 6 :

Soient a et b deux nombres réels positifs vérifiant : $a^2 - 2a + b^2 - 2b = 15 - 2ab$

La valeur de $a + b$ est :

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8

Exercice 7 :

On donne les réels : $A = \frac{10^{20}}{1+10^{20}}$ $B = 1+10^{-20}$ $C = \frac{-1+10^{20}}{10^{20}}$ $D = \frac{1+10^{10}}{10^{10}}$

Le plus proche de 1 est le nombre

- a) A b) B c) C d) D

Exercice 8

Soient x et y deux entiers naturels vérifiant : $5^x + 5^y = 750$ et $x + y = 7$.

Alors la valeur de $x^2 + y^2$ est :

- a) 10 b) 25 c) 50 d) 65

Exercice 9

Si $p(x) = ax^7 + bx + 2$ et $p(11) = 6$, alors $p(-11) = \dots$

- a) -6 b) -4 c) -2 d) 0

Exercice 10 :

$$\sqrt{\frac{9+\sqrt{61}}{2}} + \sqrt{\frac{9-\sqrt{61}}{2}} - \sqrt{9+\sqrt{20}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \dots$$

- a) $9+\sqrt{60}$ b) $9+\sqrt{20}$ c) $-1+\sqrt{3}$ d) $1+\sqrt{3}$

Exercice 11 :

Si x , y et z trois entiers naturels tels que : $\frac{131}{7} = x + \frac{1}{y + \frac{t}{z}}$ alors $x + y + z + t = \dots$

- a) 24 b) 26 c) 28 d) 30

Exercice 12 :

Si x , y et z trois réels tels que : $x + y + z = 8$ et $xyz = 9$ alors $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} = \dots$

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{8}{9}$ c) $\frac{10}{9}$ d) $\frac{11}{9}$

Exercice 13 :

La valeur de l'expression $\frac{x^2 - 16x - 105}{x + 5}$ pour $x = 202120222021$ est

- a) 2021 2022 2300 b) 2021 2022 2200 c) 2021 2022 2100 d) 2021 2022 2000

Exercice 14 :

Soit x un nombre réel tel que $x^{2022} = 2022$. Alors $x^{4044} = \dots$

- a) 2^{2022} b) 4^{2022} c) 2022^4 d) 2022^2

Exercice 15 :

Si a un réel plus grand que 1 tel que $a^2 + \frac{1}{a^2} = 11$ alors $a^3 - \frac{1}{a^3} = \dots$

- a) 13431 b) 121 c) 36 d) 22

Exercice 16 :

Si x , y et z sont trois réels positifs non nuls alors le nombre $\frac{x+y+z}{x^{-1}y^{-1} + x^{-1}z^{-1} + y^{-1}z^{-1}} = \dots$

- a) $\frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} + \frac{1}{xy}$ b) $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy}$ c) xyz d) $\frac{1}{xyz}$

Exercice 17 :

Si $\begin{cases} 2^a + 3^b = 17 \\ 2^{a+2} - 3^{b+1} = 5 \end{cases}$ alors $a + b = \dots$

- a) 7 b) 5 c) 2 d) 0

Exercice 18 :

Si $\frac{a}{2b} = \frac{3}{2}$ alors $\frac{2a+b}{a-2b} = \dots$

- a) 21 b) 14 c) 7 d) 1

Exercice 19 :

Si $a + b + c = 0$ alors $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{c^2 - ab} = \dots$

- a) 1 b) 2 c) -1 d) -2

Exercice 20 :

Si $a^2 = by + cz$, $b^2 = ax + cz$ et $c^2 = ax + by$ alors $\frac{x}{a+x} + \frac{y}{b+y} + \frac{z}{c+z} = \dots$

- a) $a + b + c$ b) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ c) 0 d) 1

Exercice 21 :

La valeur du nombre $\frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} + \frac{2xy}{y^2 - x^2}$ est :

- a) $x + y$ b) $x - y$ c) 1 d) -1

Exercice 22 :

Si $\frac{p}{x-y} = \frac{q}{y-z} = \frac{r}{z-x}$, alors $p + q + r = \dots$

- a) 2 b) 1 c) 0 d) -1

Exercice 23 :

Si $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25 = 0$ alors $x + y =$

- a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

Exercice 24 :

Le nombre de solutions réels de l'équation $(x-9)(x-7)(x-5)(x-1) = (x-2)(x-4)(x-6)(x-10)$ est

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Exercice 25 :

Si a un réel non nul tel que $x + \frac{1}{x} = 6$ alors $\frac{14x}{2x^2 - 5x + 2} = \dots$

- a) 3 b) 2 c) 1 d) $-\frac{7}{3}$

Fin.