République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Commission Nationale des Compétitions de Sciences

Honneur – Fraternité – Justice

Rallye de Mathématiques 2018

Présélection | **Niveau Sixième** | **18 février 2018**
Durée 60 min

*Cette épreuve est un questionnaire à choix multiples constitué de **25** questions : chacune comporte quatre réponses, une et une seule étant exacte. Les réponses sont à inscrire dans le tableau de réponses.*
*Toute réponse exacte rapporte **4** points. Toute réponse erronée enlève **1** point. Toute absence de réponse ne rapporte aucun point. Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse. Un éventuel total négatif sera ramené à **0**.*

Calculatrice non autorisée.

Exercice 1

On note **a**, **b**, **c** et **d** quatre entiers naturels. On admet que parmi les affirmations suivantes une seule est fausse. Laquelle?

a) **b** et **c** sont pairs. b) **d** et **b** sont impairs. c) **d** et **c** sont de même parité. d) a et **c** sont pairs.

Exercice 2

Si **a**, **b** et **c** sont trois réels tels que $\mathbf{a+b+c=0}$ alors : $\mathbf{\dfrac{b+c}{a}+\dfrac{c+a}{b}+\dfrac{a+b}{c}=...}$

a) **3** b) **– 3** c) **9** d) **– 9**

Exercice 3

Si **x** et **y** deux nombres réels distincts tels que $\mathbf{x^2=2018+y}$ et $\mathbf{y^2=2018+x}$ alors $\mathbf{xy=...}$

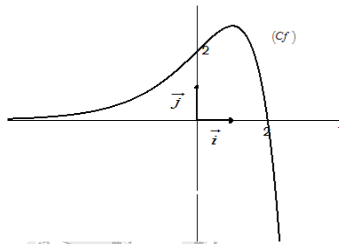
a) **2017** b) **- 2019** c) **2019** **d)** **– 2017**

Exercice 4

La période de la fonction $\mathbf{f(x)=2\cos(\pi x+\pi)}$ est :

a) π b) $\mathbf{\dfrac{\pi}{2}}$ c) 2 d) **4**

Exercice 5



Soit la fonction **f** définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe $(\mathbf{C_f})$ (figure) admet à $(+\infty)$ une branche parabolique de direction $(\mathbf{Oy})$ et a pour asymptote horizontale la droite d'équation $\mathbf{y=0}$ à $(-\infty)$. Soit **g** la fonction définie par $\mathbf{g(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}}$ alors

a) $\mathbf{\lim\limits_{x\to-\infty} gof(x)=-\infty}$ b) $\mathbf{\lim\limits_{x\to-\infty} gof(x)=0}$ c) $\mathbf{\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x)=-1}$ d) $\mathbf{\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x)=1}$

Exercice 6

Un ouvrier doit carreler une surface carrée. Il place un carreau au centre et il prend une pose de **40** secondes. Ensuite, il entoure ce carreau de **8** carreaux afin d'obtenir un nouveau carré. Il s'arrête et prend une nouvelle pose de **40** secondes. Il continue ce processus en prenant une pose de **40** secondes à chaque fois qu'il a formé un nouveau carré en entourant le précédent.

Combien de carreaux a-t-il posé s'il a pris au total **20** minutes de pose ?

a) **3481** b) **240** c) **3600** d) **3648**

Exercice 7

Dans un repère orthonormé $\mathbf{(O,\vec{i},\vec{j})}$ on considère les points $\mathbf{A(2,3)}$ et $\mathbf{B(-2,3)}$ alors l'ensemble de points $\mathbf{M(x,y)}$ du plan tels que $\begin{cases}\mathbf{x=-2\cos\alpha}\\ \mathbf{y=3+2\sin\alpha}\end{cases}$ $\alpha\in[0,\pi]$ est l'ensemble de points **M** qui vérifie:

a) $\begin{cases}\mathbf{MA=MB}\\ \mathbf{OM\geq 3}\end{cases}$ b) $\begin{cases}\mathbf{MA=MB}\\ \mathbf{0\leq OM\leq 3}\end{cases}$ c) $\begin{cases}\mathbf{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0}\\ \mathbf{OM\geq 3}\end{cases}$ d) $\begin{cases}\mathbf{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0}\\ \mathbf{0\leq OM\leq 3}\end{cases}$

Exercice 8

La suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $u_n=\sum_{k=0}^{2n+1}\frac{n}{n^2+k}$ est

a) converge vers $\mathbf{0}$ b) converge vers $\mathbf{1}$ c) converge vers $\mathbf{2}$ d) diverge

Exercice 9

$\left(a_n\right)_{n\geq1}$ est une suite de réels tels que $a_1=a_2=1$ et $a_{n+2}=\frac{n+1}{n}a_n$ alors $a_{2018}=\ldots$

a) $a_{2018}=2017$ b) $a_{2018}=2018$ c) $a_{2018}=\frac{2\times3\times4\times\ldots.2017}{1\times2\times3\times\times\ldots.2016}$ d) $a_{2018}=\frac{3\times5\times7\ldots.2017}{2\times4\times6\times\ldots.2016}$

Exercice 10

On considère les matrices : $I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ $a=4\sqrt{2}$ $A=\begin{pmatrix}0&0&3\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}0&3&0\\0&0&3\\1&0&0\end{pmatrix}$ $O=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ et $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$

Le nombre de triplets de réels (x,y,z) solutions de l'équation $\left(A+B+I\right)X=O$ est :

a) Un seul triplet b) exactement trois triplets c) une infinité de triplets d) aucun triplet

Exercice 11

Deux sphères de rayon $\mathbf{1}$ sont placées à l'intérieur d'un cube. Quelle est la longueur minimale de l'arête $\mathbf{a}$ d'un tel cube ?

a) $a=\frac{2\sqrt{3}+6}{3}$ b) $a=4$ c) $a=\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$ d) $a=4\sqrt{3}$

Exercice 12

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Le point K est le milieu de $[AD]$.Les points I et J partagent $[AB]$ en trois parties de même longueur tel que I soit le milieu de $[AJ]$. Alors le point d'intersection de (BK) et (CJ) est le barycentre de :

a) $(A,1);(B,2)$ et $(D,1)$ b) $(A,2);(B,2)$ et $(D,1)$ c) $(A,1);(B,5)$ et $(D,1)$ d) $(A,-1);(B,2)$ et $(D,1)$.

Exercice 13

Soit ABC est un triangle. Le point O est tel que : $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=\vec{0}$ alors $\frac{\text{aire de }ABC}{\text{aire de }AOC}=\ldots$

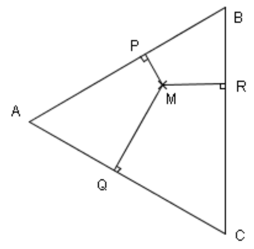
a) 2 b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{5}{2}$ d) 3

Exercice 14

Soit $\mathbf{a}$ un nombre réel non nul. On admet que le polynôme $P(x)=x^3+ax+1$ admet trois racines x_1, x_2 et x_3 alors $x_1^2+x_2^2+x_3^2=\ldots$

a) 0 b) $-2a$ c) a d) $-a$

Exercice 15



M est un point interieur à un triangle équilatéral **ABC** qui se projette orthogonalement en **P**, **Q** et **R** sur les cotés de ce triangle (voir la figure). Alors la hauteur de ce triangle mesure :

a) $\frac{2}{3}(MP+MQ+MR)$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}(MP+MQ+MR)$ c) $MP+MQ+MR$ d) $\frac{3}{2}(MP+MQ+MR)$

Exercice 16

Soient a et b deux nombres réels non nuls tels que $|b|\neq a$. On appelle $I=\text{bar}\{(A,a);(B,b)\}$ et $J=\text{bar}\{(A,a);(B,-b)\}$ alors le milieu de $[IJ]$ est le barycentre de :

a) $(A,a+b)$ et $(B,a-b)$ b) (A,a^2) et $(B,-b^2)$ c) $(A,a-b)$ et $(B,a+b)$ d) (A,ba^2) et $(B,-ab^2)$

Exercice 17

Soit f la fonction définie sur $]0;\pi[$ par : $f(x)=\frac{1-\cos x-\sin x}{1-\cos x+\sin x}$ alors $\lim_{x\to0}f(x)$ est égale à :

a) 1 b) -1 c) 0 d) $\frac{1}{2}$

Exercice 18

Si $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ alors $\mathbf{A^n}$ est égale à :

a) $\begin{pmatrix}(-1)^n 2^n & 1\\ 1 & (-1)^n 2^n\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-n & n\\ n & -n\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}-(-2)^{n-1} & (-2)^{n-1}\\ (-2)^{n-1} & -(-2)^{n-1}\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}2n & -2n\\ -2n & 2n\end{pmatrix}$

Exercice 19

Soit **ABCD** est un quadrilatère d'isobarycentre **G**. Soit **I** le milieu de $[\mathbf{AB}]$ et **J** le milieu de $[\mathbf{CD}]$. Alors l'ensemble de points **M** du plan tel que : $\mathbf{MA^2+MB^2=MC^2+MD^2}$ est :

a) Un cercle de centre **G** b) La droite **(IJ)** c) Une droite parallèle à **(IJ)** d) Une droite perpendiculaire à **(IJ)**

Exercice 20

Soit **ABC** est un triangle et soit **D** un point extérieur à ce triangle. Soient **A'**, **B'** et **C'** les symétriques de **D** par rapport aux milieux respectifs des cotés $\left]\frac{-1}{2},+\infty\right[$ $[\mathbf{CB}]$, $[\mathbf{CA}]$ et $[\mathbf{AB}]$ alors la transformation qui transforme **A**, **B** et **C** respectivement en **A'**, **B'** et **C'** est une :

a) Translation b) Homothétie de centre D c) Symétrie centrale d) Réflexion

Exercice 21

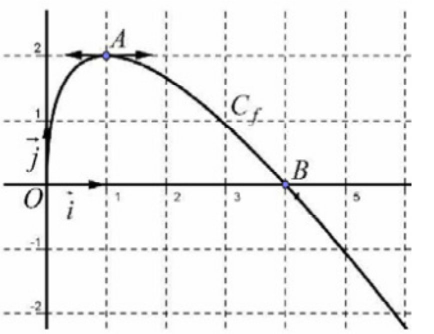
Soient $\mathbf{f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{2x+1}+3}}$ et $\mathbf{g(x)=\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}}$ alors :

a) **f** est continue et dérivable sur son domaine de definition b) $\mathbf{f(x)=g(x)}$

c) **f** est un prolongement par continuité de **g** en 4 d) **g** est définie sur l'intervalle .

Exercice 22

On donne la courbe d'une fonction **f** définie sur $[\mathbf{0;+\infty}[$ (voir la figure) et soit **g** la fonction définie par $\mathbf{g(x)=(f(x))^2}$ alors :



a) **g** est strictement croissante

b) **g** est croissante sur $[\mathbf{0;1}]$ et décroissante sur $[\mathbf{1;+\infty}[$

c) **g** est croissante sur $[\mathbf{0;1}]\cup[\mathbf{4;+\infty}[$ et décroissante sur $[\mathbf{1;4}[$

d) **g** est croissante sur $[\mathbf{0;4}]$ et décroissante sur $[\mathbf{4;+\infty}[$

Exercice 23

Soit **f** une fonction vérifiant les conditions $\mathbf{f(1)=1,}$ $\mathbf{f(x+5)\geq f(x)+5,}$ $\mathbf{f(x+1)\leq f(x)+1,}$ alors $\mathbf{f(2018)}$ est égale à :

a) **2017** b) **2018** c) **2019** d) **2020**

Exercice 24

Les mesures **a**, **b** et **c** des côtés d'un triangle sont des entiers naturels et son périmètre vaut **15**. Si de plus ce triangle à deux médianes de même longueur. Alors la valeur maximale du produit **abc** est …

a) **49** b) **108** c) **125** d) **138**

Exercice 25

On considère un triangle isocèle **ABC** de côtés **BC = 2a**, ***AC* = *AB* = 3*a***, *a* étant un réel strictement positif. Soit α une mesure de l'angle $\widehat{\mathbf{BAC}}$ .alors $\mathbf{\cos\alpha=....}$

a) $\mathbf{\frac{2}{3}}$ b) $\mathbf{\frac{3}{2}}$ c) $\mathbf{\frac{9}{7}}$ d) $\mathbf{\frac{7}{9}}$.

Fin.