

Camp d'entraînement de préparation aux OAM 2022

Test 2

20.09.2022

durée 1h30

Thème 2 : géométrie

Exercice 1 : (5 points)

Soit ABC un triangle d'orthocentre H . Le cercle de diamètre $[AC]$ et le cercle circonscrit au triangle AHB se recoupent en K . Montrer que la droite (CK) passe par le milieu de $[HB]$.

Exercice 2 : (7 points)

Soient ABC un triangle et D, E deux points appartenant respectivement à $[AB]$ et $[AC]$ tels que (DE) et (BC) soient parallèles. Soit P un point à l'intérieur du triangle ADE . Soient F et G les points d'intersection de (DE) avec respectivement les droites (BP) et (CP) . Soit Q le deuxième point d'intersection des cercles circonscrits aux triangles PDG et PFE . Prouver que les points A, P et Q sont alignés.

Exercice 3 : (8 points)

Soient ABC un triangle non rectangle tel que AB soit son côté le plus court et H son orthocentre. Soit Γ le cercle de centre B et passant par A . Soit D le point où (CA) recoupe Γ . Soit E le point où Γ recoupe le cercle Γ' circonscrit au triangle BCD . Soit F l'intersection des droites (DE) et (BH) .

- 1) Montrer que E est le symétrique de A par rapport à (BC) .
- 2) En déduire que H appartient à Γ' .
- 3) Montrer que la droite (BD) est tangente au cercle circonscrit au triangle DFH .